Chapitre 7
Division.

Voir 6ème, chapitres 5 et 9.

I) Multiples d'un entier

Définition :
Les multiples d'un entier sont les produits de cet entier par 0, 1, 2, 3 …

Exemples :

Les multiples de 4 sont,	0	4	8	12	…
	(4×0)	(4×1)	(4×2)	(4×3)	

II) Division Euclidienne

Définition :
Le résultat d'une division s'appelle un quotient.

Définition et propriété :
Effectuer la division euclidienne (ou entière) d'un nombre entier appelé le dividende par un nombre entier non nul appelé le diviseur, c'est trouver deux nombres entiers appelés le quotient et le reste, vérifiant :

$$\boxed{\text{dividende} = (\text{diviseur} \times \text{quotient}) + \text{reste} \qquad \text{avec} \qquad \text{reste} < \text{diviseur}}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{dividende} & \text{diviseur} \\ \cline{2-2} \text{reste} & \text{quotient entier} \end{array}$$

Propriété :
Effectuer une division euclidienne revient à partager un nombre entier d'objets (ou de personnes) en parts égales : on dit qu'on fait un partage équitable.

Exemples :

- Effectuer le quotient de 100 par 25.

On pose,

$$\begin{array}{r|l} 100 & 25 \\ \cline{2-2} -100 & 4 \\ \hline 0 & \end{array}$$

Vérification : $100 = (25 \times 4) + 0$

On peut écrire la réponse en ligne, $\overbrace{\underbrace{100}_{\text{le dividende}} \div \underbrace{25}_{\text{le diviseur}}}^{\text{la division}} = \overbrace{\boxed{4}}^{\text{le quotient}}$

4 est la valeur exacte du quotient de 100 par 25.

- Calculer le quotient entier de 425 par 18.

On pose,

$$\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 5 & 1\ 8 \\ \cline{4-4} & 6 & 5 & 2\ 3 \\ & 1 & 1 & \end{array}$$

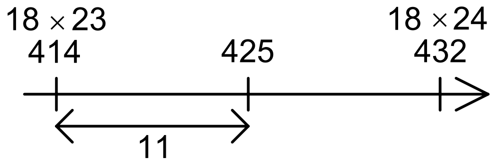
Vérification : 425 = (18 × 23) + 11 et 11<18

23 est la valeur <u>approchée</u> à l'unité près <u>par défaut</u> de 425 par 18.

<u>Encadrement</u> :

$$\underbrace{18\times23}_{414} < 425 < \underbrace{18\times24}_{432}$$

Schéma :



<u>Approximations</u> entières (ou à 1 près) du quotient : $\underbrace{23}_{\text{par } \underline{\text{défaut}}} < 425 \div 18 < \underbrace{24}_{\text{par } \underline{\text{excès}}}$

<u>Remarques</u> :

- Le quotient 23 est le nombre entier, qui multiplié par 18, donne 425 ou s'en approche le plus possible (en restant plus petit que 425).
- 23 est le nombre de paquets de 18 unités contenus dans le nombre 425 ; 11 est le nombre d'unités qui restent.

<u>Calculatrice</u> :

On tape : 425 $\boxed{\div R}$ 18 (ou 2nd $\boxed{\div}$ ou $\boxed{\vdash}$ ou $\boxed{\text{INT}\div}$)

III) <u>Divisibilité</u>

<u>Définition</u> :

Si le reste de la division euclidienne d'un nombre entier a par un nombre entier non nul b est égal à 0, **alors** on dit que :

a est un <u>multiple de</u> b ou bien que a est <u>divisible par</u> b ou bien que b est un <u>diviseur de</u> a.

<u>Exemple</u> :

$$\begin{array}{ccc|c} 4 & 1 & 4 & 1\ 8 \\ \cline{4-4} & 5 & 4 & 2\ 3 \\ & & 0 & \end{array}$$

414 = (18 × 23) + 0 = 18 × 23

On peut donc dire que :

- 414 est un multiple <u>de</u> 18
- 414 est divisible <u>par</u> 18
- 18 est un diviseur <u>de</u> 414.

<u>Remarques</u> : (sens des opérations)

- L'égalité $414 \div 18 = 23$ permet de donner un produit : $23 \times 18 = 414$.
- L'égalité $18 \times 23 = 414$ permet de donner deux quotients : $414 \div 18 = 23$ et $414 \div 23 = 18$.

IV) Critères de divisibilité

Définition :
Un critère de divisibilité est une règle qui permet, sans effectuer la division, de savoir si un nombre est divisible ou non par un nombre donné.

Propriétés :
Un nombre entier est divisible :
- Par 2, **s'il** se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Par 5, **s'il** se termine par 0 ou 5.
- Par 4, **si** le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
- Par 3 (ou par 9), **si** la somme de ses chiffres est divisible par 3 (ou par 9).

Exemples :
- 832 est divisible par 4 car 32 est divisible par 4.
- 243 est divisible par 3 car $2+4+3=9$ et $9=3\times3$, et divisible par 9 car $9=9\times1$.
- 213 est divisible par 3 mais pas par 9.
- 630 est divisible par 2, par 3, par 5 et par 9.

V) Division décimale

Définition et propriété :
- Effectuer la division décimale d'un nombre décimal a (le dividende) par un nombre entier non nul b (le diviseur), c'est trouver le nombre manquant dans l'égalité :

$$b \times \boxed{?} = a$$

- Ce nombre manquant $\boxed{?}$ qui multiplié par b donne a s'appelle le quotient de a par b et peut se noter « $a \div b$ » qu'on lit « a divisé par b » :

$$\boxed{?} = a \div b$$

- $(a \div b) \times b = a$

Exemples :
- $5 \times \boxed{?} = 8$ $\boxed{?}$ est le nombre qui multiplié par 5 est égal à 8.

$\boxed{?}$ est le quotient de 8 par 5 $\boxed{?} = 8 \div 5$
- Effectuer la division de 27,9 par 5.

(Penser à laisser de la place pour abaisser de nouveaux zéros ou pour réintroduire la virgule.)

$$\begin{array}{r|l} 27{,}9 & 5 \\ \cline{2-2} 29 & 5{,}58 \\ 40 & \\ \color{red}{0} & \end{array}$$

La division « tombe juste » (se termine).

Quotient décimal

Vérification : $5 \times 5{,}58 = 27{,}9$
On peut écrire en ligne : $27{,}9 \div 5 = \boxed{5{,}58}$
5,58 est la valeur décimale exacte du quotient de 27,9 par 5.

- Effectuer la division de 27,9 par 11.

2 7 , 9	1 1
5 9	2 , 5 3 6
4 0	
7 0	
4	

La division « ne tombe pas juste » (ne se termine pas).

Quotient <u>non décimal</u>

Vérification : 27,9 = (11 × 2,536) + 0,004
On peut écrire en ligne : 27,9 ÷ 11 ≈ $\boxed{2{,}536}$
2,536 est <u>une</u> valeur décimale <u>approchée</u> du quotient.

<u>Approximations</u> à 0,1 près du quotient : $\underbrace{2{,}5}_{\text{par } \underline{\text{défaut}}} < 27{,}9 \div 11 < \underbrace{2{,}6}_{\text{par } \underline{\text{excès}}}$

<u>Remarques</u> :

- On ne peut pas diviser par 0. ($0 \times \boxed{?} = a$ est impossible.)
- <u>Dividende</u> vient du latin « dividendus », qui signifie « qui doit être divisé ».
- <u>Quotient</u> vient du latin « quoties », qui signifie « combien de fois ».